

УДК 621.791.927.7

**О. Шаблій, докт. фіз.-мат. наук; Ч. Пулька, докт. техн. наук;
Б. Береженко**

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАГРІВАННЯ ЗАЛІЗНОГО КОЛЕСА ДЛЯ ВІДНОВЛЕННЯ ЗНОШЕНОЇ РОБОЧОЇ ПОВЕРХНІ

Резюме. Розроблено математичну модель для визначення питомої потужності теплових джерел, яка необхідна для одночасного нагрівання залізного колеса по всій робочій поверхні з метою нарощування його методом заливки рідкого металу в тигель і схоплення його з робочою поверхнею колеса, що дозволяє значно підвищити продуктивність і якість процесу та зменшити матеріальні й трудові затрати в порівнянні з існуючими методами відновлення залізних коліс.

Ключові слова: математична модель, магнітне та електромагнітне поле, магнітна індукція, питома потужність, теплові джерела, частота струму, індуктор, нагрівальні системи.

O. Shabliy, Ch. Pulka, B. Berezhenko

THE MATHEMATICAL MODEL OF A FERROUS WHEEL HEATING RENEWING THE WORN WORKING SURFACE

The summary. The mathematical model is developed for determination of specific power of thermal sources, which is needed for the simultaneous heating of ferrous wheel on all working surface with the purpose of increase of inundation of liquid metal his method in crucible and fight of him with the working surface of wheel, that allows considerably to promote the productivity and quality of process and decrease financial and labour expenses as compared to the existent methods of proceeding in ferrous wheels.

Key words: mathematical model, magnetic and electromagnetic field, magnetic induction, specific power, thermal sources, frequency of current, inductor, heater systems.

Постановка проблеми. Ремонт поверхонь кочення залізних коліс здійснюється, в більшості випадків, шляхом розточування та багатшарового наплавлення, виготовлення і посадки на колеса готових бандажів. Усі ці технологічні операції не до кінця вирішують проблеми або характеризуються значними енергетичними та матеріальними затратами. Застосування неперервно-послідовних технологій наплавлення коліс, довготривале і не забезпечує якісного наплавлення, а виготовлення бандажів та їх посадка на колеса пов'язані з великими як матеріальними, так і часовими затратами.

При відновленні робочих поверхонь спрацьованих залізних коліс методом заливки рідкого металу в тигель [1, 2, 3, 4] вирішується ряд технологічних проблем. При цьому важливе значення має питома потужність теплових джерел, яка дозволяє нагрівати зношену поверхню колеса до необхідної температури. Залежно від температури нагрівання колеса можна досягти якісного схоплення основного металу з рідким з метою його нарощування за рахунок дифузійних процесів. Щоб досягти потрібної потужності, необхідно розробляти математичні моделі для проектування нових нагрівальних систем, які б забезпечили одночасне нагрівання по всій зношеній поверхні колеса.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Автори в роботах [5, 6, 7, 8] розробили математичні моделі для проектування нагрівальних систем індукційного наплавлення тонких плоских деталей (дисків) товщиною 2...6 мм при частоті $f=440$

кГц. Для товщин залізних коліс близько 110 мм та вагою майже 500 кг необхідно розробляти нові математичні моделі для проектування нагрівальних систем, які б забезпечили одночасне нагрівання масивних коліс, із використанням розроблених методів заливки рідкого металу в тигель [1, 2] з метою відновлення цих коліс. У доповіді академіка Б.Є. Патона [9] відзначено, що при розробленні нових технологічних процесів наплавлення, нарощування тощо багато сил, енергії та ресурсів витрачається на проведення експериментів, які призведуть до значних матеріальних і трудових витрат. Там же відзначено, що при проектуванні й конструюванні нових технологічних процесів в першу чергу необхідно розробляти їх математичні та фізичні моделі, які б охоплювали багатогранність явищ, що відбуваються під час їх провадження. Аналіз та вивчення цих процесів за допомогою математичних і фізичних моделей значно скоротить кількість експериментів, що є важливо в плані економії матеріальних і трудових затрат.

Метою роботи є розроблення математичної моделі проектування нагрівальної системи для нарощування поверхонь кочення залізних коліс.

Постановка завдання. За допомогою розробленої математичної моделі провести дослідження впливу ряду факторів на величину питомої потужності теплових джерел.

Результати досліджень. Для нарощування колеса в процесі ремонту потрібно створити в ньому необхідне електромагнітне поле. Для цього наведемо основні поняття, закони і рівняння, які описують ці процеси. Електромагнітне поле характеризується чотирма векторними величинами: \vec{E} – напруженість електромагнітного поля, \vec{D} – електрична індукція, \vec{H} – напруженість магнітного поля і \vec{B} – магнітна індукція. Вказані векторні величини пов'язані основними рівняннями електромагнітного поля, які вперше отримав Максвелл, і мають вигляд [10]

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

де магнітна і електрична індукції пов'язані з напруженостями магнітного і електричного полів такими фізичними залежностями:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (3)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (4)$$

в яких $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнітна постійна; $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична постійна; μ – відносна магнітна проникність матеріалу; ε – відносна електрична проникність матеріалу; $\vec{\delta}$ – густина струму провідності.

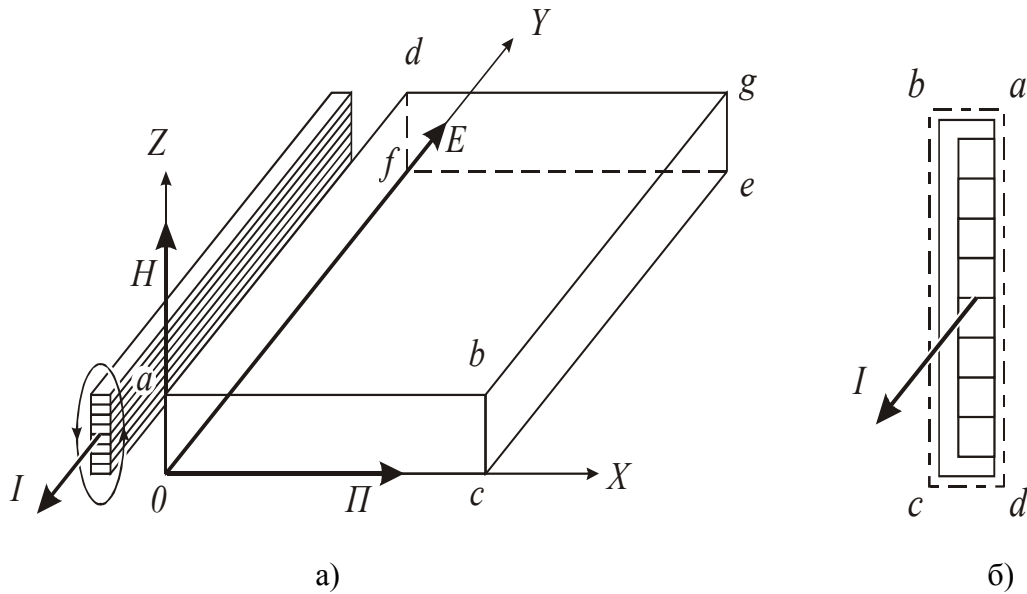


Рисунок 1. а – зображення напрямків електромагнітного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів; б – багатовитковий кільцевий індуктор, вигляд на рис. 1а

Рівняння (1) і (2) виражають у диференціальній формі закони повного струму й електромагнітної індукції. Другий доданок у правій частині рівняння (1) є густиною струму зміщення, ним у провіднику практично завжди можна знехтувати. Оскільки радіус колеса великий, а індуктор, який охоплює колесо, паралельний до поверхні кочення колеса, то електромагнітну хвилю, яку генерує індуктор, можна вважати паралельною до поверхні кочення і наближеною плоскою. Вона утворюється векторами \vec{E} і \vec{H} , що мають лише по одній складовій E_y і H_z (рис. 1а). Елементарний паралелепіпед, зображений на рис. 1а, взятий умовно із матеріалу колеса, причому елементарна площадка $adbf$ співпадає з поверхнею, підготовленою до нарощування з боку поверхні кочення. Тоді рівняння (1), (2) спростяться і набудуть вигляду

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \delta_y = \frac{E_y}{\rho} = \gamma \cdot E_y \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\mu_0 \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (6)$$

в яких ρ – питомий опір, $\text{ом} \cdot \text{м}$; γ – електрична провідність, $\text{сім} / \text{м}$.

У подальших викладках індекси y і z пропущені, тому що вектори мають лише по одній складовій. Якщо вектори \vec{E} і \vec{H} синусоїдальні функції часу, то

$$\left. \begin{aligned} \dot{H} &= H_m e^{i(\omega t + \theta_H)} = H_m e^{i\theta_H} e^{i\omega t} = \dot{H}_m e^{i\omega t}, \\ \dot{E} &= E_m e^{i(\omega t + \theta_E)} = E_m e^{i\theta_E} e^{i\omega t} = \dot{E}_m e^{i\omega t}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де H_m і E_m , \dot{H}_m і \dot{E}_m – дійсні і комплексні амплітуди напруженостей магнітного та електричного полів відповідно; θ_H і θ_E – відповідні початкові фази; ω – кругова частота.

Підставляючи вирази (7) у рівняння (5) і (6), і скоротивши їх на $e^{i\omega t}$, отримаємо диференціальні рівняння для визначення амплітудних значень \dot{E}_m і \dot{H}_m . В області колеса, яку надалі позначаємо індексом “4”, ці рівняння набудуть вигляду

$$-\frac{d\dot{H}_{m4}}{dx} = \dot{\delta}_{m4} = \gamma_4 \cdot \dot{E}_{m4}, \quad (8)$$

$$\frac{d\dot{E}_{m4}}{dx} = -i\omega\mu_0\mu_4\dot{H}_{m4}. \quad (9)$$

Підставляючи \dot{E}_m , визначене з рівняння (8), в рівняння (9), отримаємо таке диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2\dot{H}_{m4}}{dx^2} = i\omega\mu_0\mu_4\gamma_4\dot{H}_{m4} = i2k^2\dot{H}_{m4}; \quad (10)$$

$$k_4 = \frac{1}{\Delta} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_4\gamma_4}{2}},$$

де Δ – глибина проникнення струму.

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\mu_4\gamma}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_4}} \approx 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu_4 f}}, \text{ м.} \quad (11)$$

Диференціальне рівняння (10) зручно переписати так:

$$\frac{d^2\dot{H}_m}{dx^2} - i2k^2\dot{H}_m = 0. \quad (12)$$

Його розв’язок будемо шукати таким чином:

$$\dot{H}_m = Ae^{\alpha x}.$$

Підставивши останній в диференціальне рівняння (12), отримаємо:

$$\alpha^2 Ae^{\alpha x} - i2k^2 Ae^{\alpha x} \equiv 0.$$

Тому що $A \neq 0$, $e^{\alpha x} \neq 0$, то $\alpha^2 - i2k^2 = 0$. Звідси знаходимо $\alpha_{1,2} = \pm k\sqrt{2i} = \pm k(1+i)$. Надалі додатний корінь відкидаємо, бо напруженість магнітного поля \dot{H}_m зі зростанням x не може зростати при віддаленні від джерела. Отже, розв’язок рівняння (12) набуде вигляду

$$\dot{H}_m = Ae^{-k(1+i)x} = Ae^{-kx} e^{-ikx}. \quad (13)$$

Знайдемо модуль виразу (13). Для цього представимо спочатку \dot{H}_m у формі

$$\dot{H}_m = Ae^{-kx} e^{-ikx} = Ae^{-kx} (\cos kx - i \sin kx). \text{ Тоді}$$

$$H_m = \left| A e^{-kx} \right| \cdot \left| \cos kx - i \sin kx \right| = |A| e^{-kx}.$$

Використавши граничну умову, що на поверхні, підготовленій до нарощування (тобто при $x = x_{04}$) $H_m = H_{me4}$, отримаємо $A e^{-k_4 x_{04}} = H_{me4}$. Значить $A = H_{me4} e^{k_4 x_{04}}$. Тоді для модуля $H_m = H_{m4}$ знайдемо

$$H_{m4} = H_{me4} e^{-k_4 (x - x_{04})}. \quad (14)$$

Підставивши (13) в рівняння (8), отримаємо вираз для \dot{E}_{m4} у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{E}_{m4} &= -\frac{1}{\gamma_4} \frac{d\dot{H}_m}{dx} = \rho_4 A k_4 (1+i) e^{-k_4 (1+i)x} = \\ &= \rho_4 A k_4 (1+i) e^{-k_4 x} (\cos k_4 x - i \sin k_4 x). \end{aligned}$$

Модуль останнього буде дорівнюватиме

$$k_4 \rho_4 A e^{-k_4 x} \sqrt{2} = \sqrt{2} k_4 \rho_4 H_{me4} e^{-k_4 (x - x_{04})} = E_{me4} e^{-k_4 (x - x_{04})},$$

де:

$$E_{me4} = \sqrt{2} \rho_4 k_4 H_{me4}. \quad (15)$$

$$E_{m4} = E_{me4} e^{-k_4 (x - x_{04})}. \quad (16)$$

Для знаходження питомої потужності джерел нагрівання скористаємося представленням напруженості магнітного поля у колесі в комплексній формі

$$\dot{H}_{m4} = A e^{-k_4 (1+i)x}$$

Задовольнивши умову, що при $(x = x_{04})$ $\dot{H}_{m4} = \dot{H}_{me4} = H_{me4}$, отримаємо

$$\dot{H}_{m4} = H_{me4} e^{-k_4 (1+i)(x - x_{04})}.$$

Тоді з рівняння (8) маємо

$$\begin{aligned} \dot{E}_{m4} &= -\rho_4 \frac{d\dot{H}_{m4}}{dx} = -\rho_4 H_{me4} \left[-k_4 (1+i) e^{-k_4 (1+i)(x - x_{04})} \right] = \\ &= \rho_4 k_4 H_{me4} \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-k_4 (1+i)(x - x_{04})} = \sqrt{2} k_4 \rho_4 H_{me4} e^{i\left(\frac{\pi}{4} - k_4 (x - x_{04})\right)} e^{-k_4 (x - x_{04})}. \end{aligned}$$

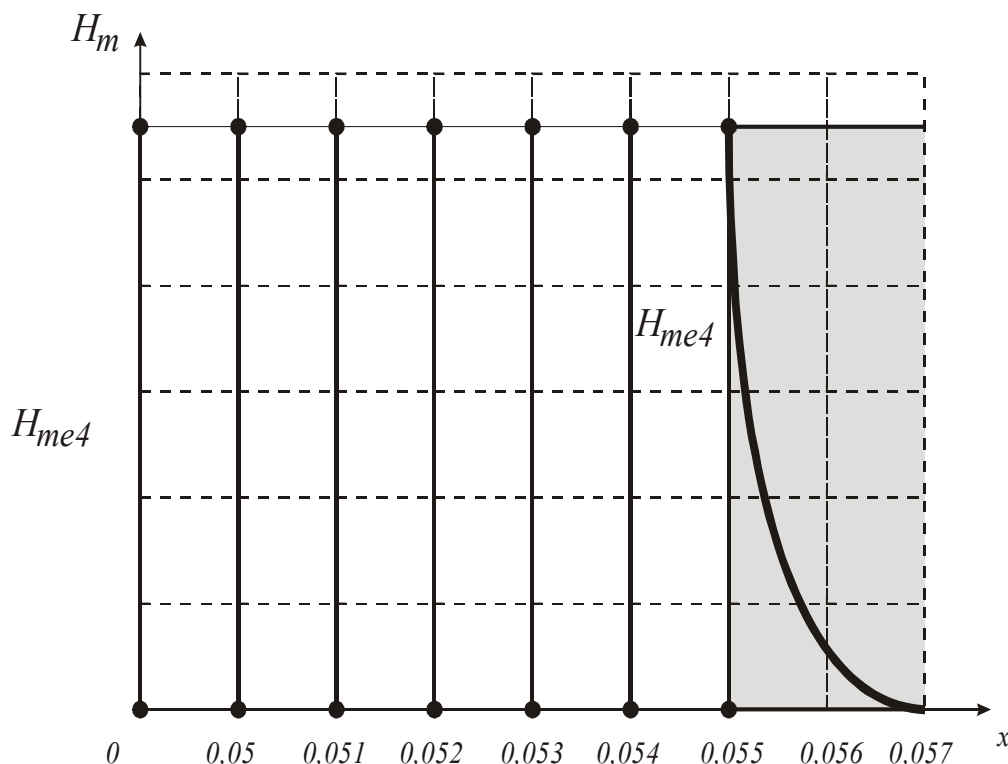


Рисунок 2. Графік залежності напруженості магнітного поля від величини повітряного проміжку між індуктором і колесом

Упорядкувавши останні формули для амплітудних значень напруженостей електричного і магнітного полів, отримаємо

$$\begin{aligned}\dot{E}_{m4} &= \sqrt{2k_4\rho_4}\dot{H}_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})}e^{-i\left[k_4(x-x_{04})-\frac{\pi}{4}\right]}, \\ \dot{H}_{m4} &= H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})}e^{-ik_4(x-x_{04})}.\end{aligned}$$

Перемноживши \dot{E}_{m4} і \dot{H}_{m4} на $e^{i\omega t}$, отримаємо значення напруженостей електричного і магнітного полів \dot{E}_4 і \dot{H}_4 у довільний момент часу t у довільній точці колеса, яка визначається координатою x . Вони мають вигляд

$$\dot{E}_4 = \dot{E}_{m4}e^{i\omega t} = \sqrt{2k_4\rho_4}H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})}e^{i\left[\omega t - k_4(x-x_{04}) + \frac{\pi}{4}\right]}, \quad (17)$$

$$\dot{H}_4 = \dot{H}_{m4}e^{i\omega t} = H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})}e^{i\left[\omega t - k_4(x-x_{04})\right]}. \quad (18)$$

Питому потужність Джоулевого тепла тепер визначаємо за допомогою формули [10]

$$W_4 = \gamma_4 \dot{E}_4^* \dot{E}_4, \quad (19)$$

де \dot{E}_4^* – комплексно спряжена величина до \dot{E}_4 .

Знайшовши вираз, спряжений до (17), і виконавши дії, необхідні в (19), отримаємо вираз для питомої потужності теплових джерел

$$W_4 = \gamma_4 2k_4^2 \rho_4^2 H_{me4}^2 e^{-2k_4(x-x_{04})}.$$

Або остаточно питома потужність теплових джерел у колесі, коли температура всюди не перевищує температури Кюрі, матиме вигляд

$$W_4 = 2\rho_4 k_4^2 H_{me4}^2 e^{-2k_4(x-x_{04})}, [\text{Вт/м}^3]. \quad (20)$$

Нагадаємо, що ρ_4 – питомий опір матеріалу колеса; $\gamma_4 = \frac{1}{\rho_4}$ – питома провідність матеріалу колеса; μ_4 – магнітна проникність матеріалу колеса.

$$k_4 = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_4\gamma_4}{2}} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_4}{2\rho_4}}.$$

Напруженість магнітного поля H_{me4} на поверхні колеса $x = x_{04}$, що визначена на основі закону повного струму [10], дорівнює

$$H_{me4} = \frac{N \cdot I_i \cdot \sqrt{2}}{a},$$

де N – кількість витків індуктора, який має форму гвинтової лінії; I_i – струм в індукторі; $I_m = I_i \cdot \sqrt{2}$ – амплітудне значення струму в індукторі; a – висота індуктора.

Ця формула отримана за умови, що циркуляція напруженості магнітного поля (амплітудне значення) по контуру $abcd$ (рис. 1) дорівнює повному струму (також амплітудне значення), який перетікає всередині цього контуру. Внаслідок того, що напруженість магнітного поля на відріжку bc дорівнює нулю, а на відрізках ab і cd взаємно знищується, то циркуляція напруженості магнітного поля на контурі $abcd$ дорівнює циркуляції її на відріжку, який дорівнює висоті індуктора a , тобто $a \cdot H_{me4}$. Амплітудне значення повного струму в індукторі дорівнює $N \cdot I_i \cdot \sqrt{2}$. Прирівнявши їх, отримаємо формулу (21)

$$a \cdot H_{me4} = N \cdot I_i \cdot \sqrt{2}. \quad (21)$$

Тоді питома потужність теплових джерел набуде вигляду

$$W_4 = 2 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot \mu_4 \cdot f \frac{N^2 \cdot I_i^2}{a^2} e^{-2k_4(x-x_{04})}, [\text{Вт/м}^3] \quad (22)$$

де f – частота струму в індукторі.

З останніх формул бачимо, що питома потужність теплових джерел нагріву прямопропорційна магнітній проникності μ матеріалу колеса, частоті струму в індукторі f , квадрату кількості витків індуктора N , квадрату струму в індукторі I_i та обернено пропорційна квадрату висоти індуктора a .

Вираз, який стоїть при $e^{-2k_4(x-x_{04})}$, дорівнює питомій потужності теплових джерел на поверхні кочення колеса, тобто це є найбільше значення питомої потужності теплових джерел (при $x = x_{04}$).

Якщо x зростає понад x_{04} , то питома потужність теплових джерел інтенсивно падає. І чим більша частота струму, тим більше це спадання.

На рис. 2. наведено графік зміни напруженості магнітного поля для різних значень ширини повітряного проміжку між індуктором і колесом. З рисунка бачимо, що для кожної ширини повітряного проміжку напруженість магнітного поля на поверхні колеса однакова і зі зростанням x повільно спадає.

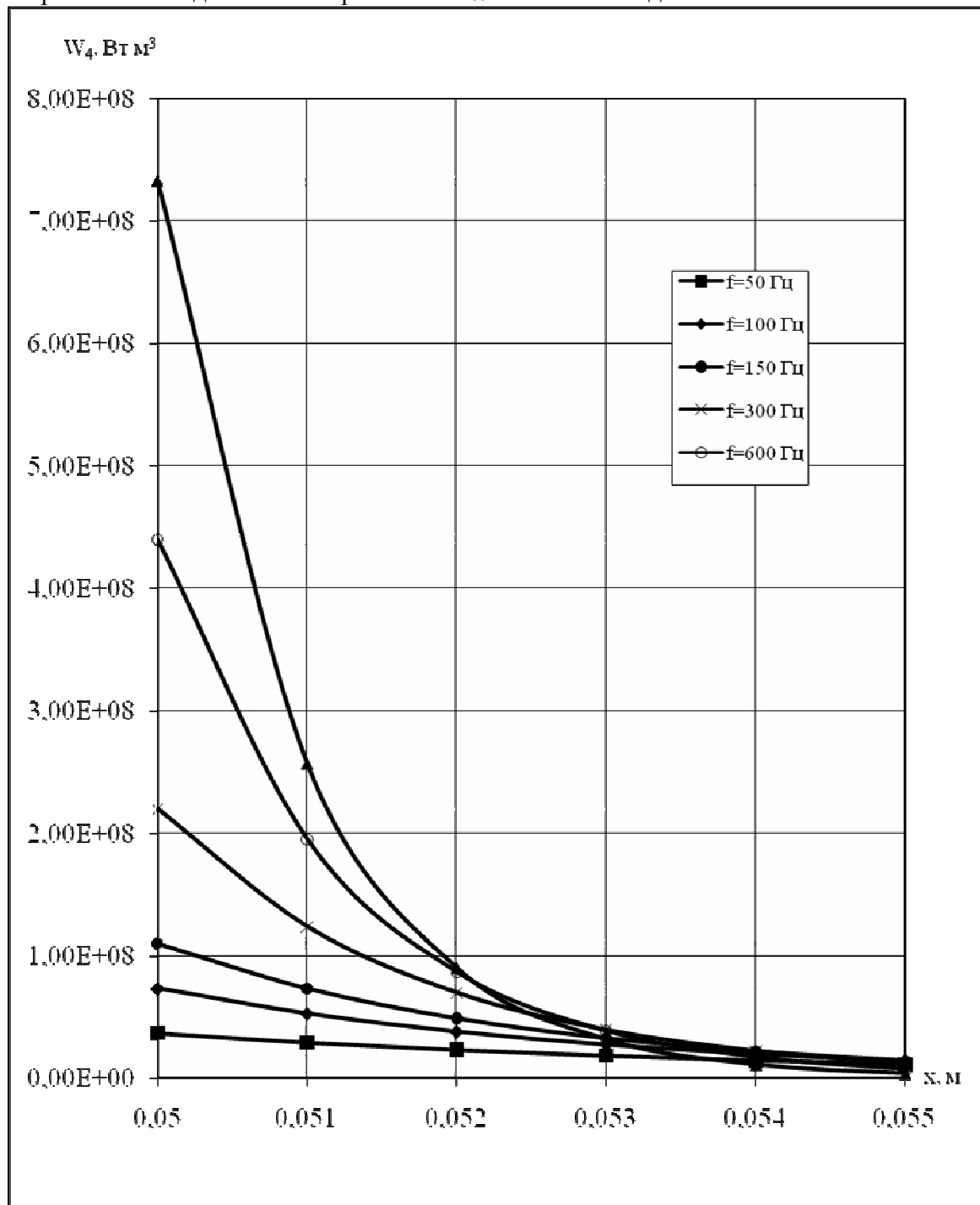


Рисунок 3. Залежність питомої потужності теплових джерел W_4 від частоти струму в індукторі та її проникнення в глибину матеріалу колеса при $N = 7$, $I_i = 10^3$ А

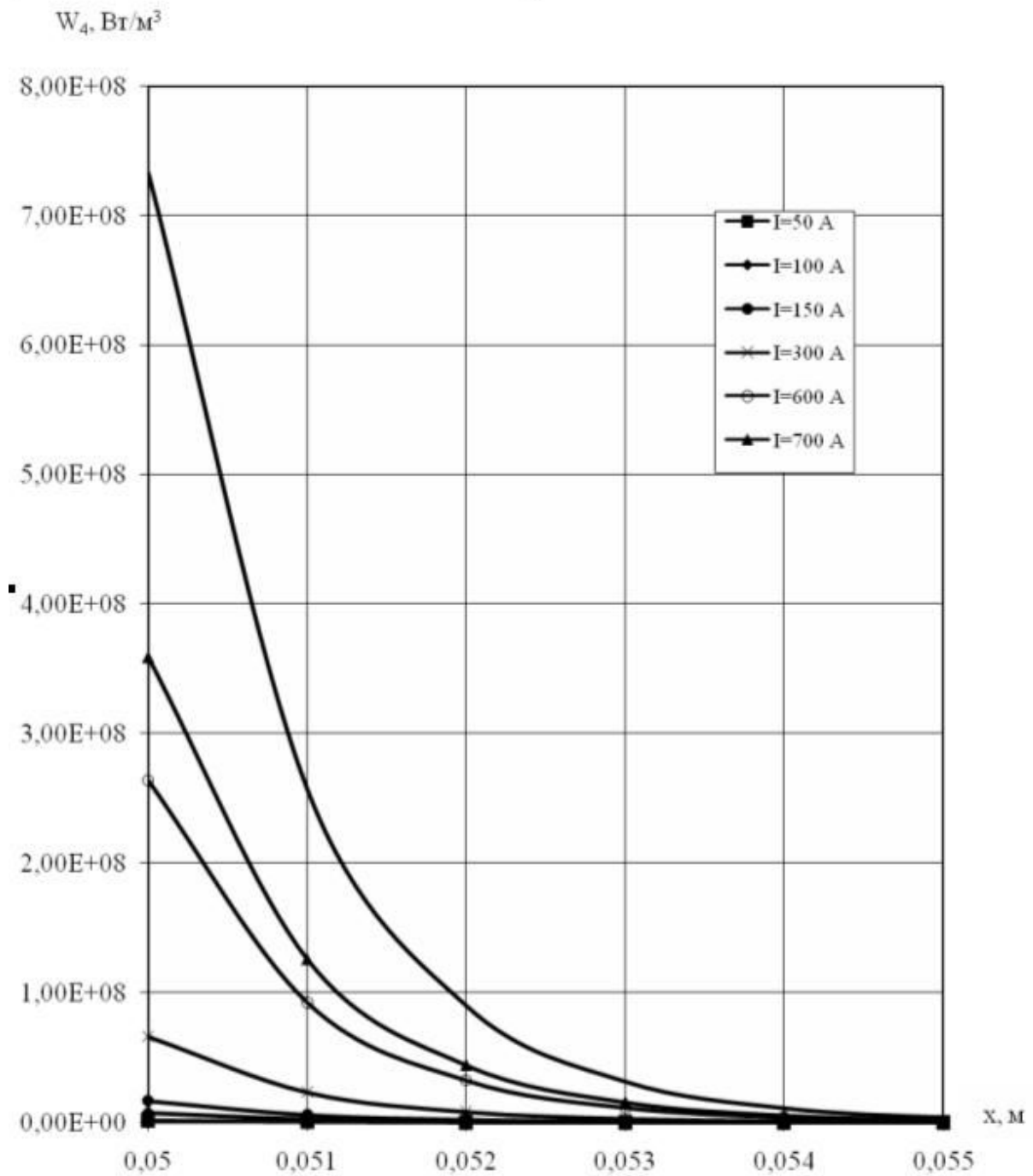


Рисунок 4. Залежність питомої потужності теплових джерел W_4 від сили струму в індукторі та її проникнення в глибину матеріалу колеса при $N = 7$, $f = 10^3$ Гц

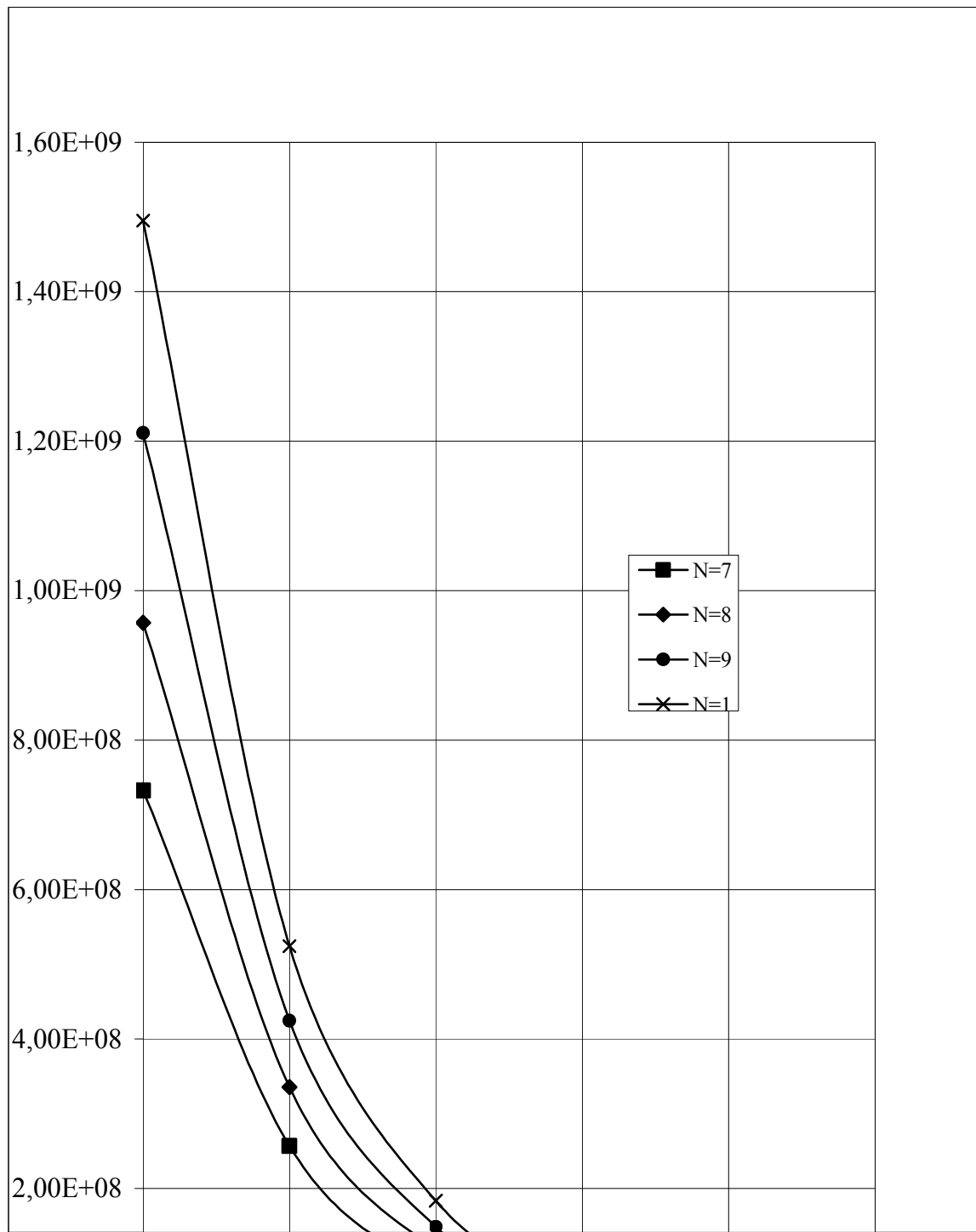


Рисунок 5. Залежність питомої потужності теплових джерел W_4 від кількості витків індуктора та її проникнення в глибину матеріалу колеса при $I_i = 10^3$ А, $f = 10^3$ Гц

Отже, можна зробити висновок, що збільшення повітряного проміжку не має суттєвого впливу на величину напруженості магнітного поля на поверхні колеса. Це є дуже важливо для здійснення попереднього нагрівання колеса перед заливанням розплавленим металом, бо дає змогу знімати різні шари поверхні (залежно від необхідності).

Перед заливанням розплавленого металу в проміжок між колесом та індуктором (з урахуванням ізоляції індуктора, яка має також відносну магнітну проникність $\mu = 1$,

а електричну проникність $\gamma = 0$) необхідно зробити нерівності з метою кращого схоплення матеріалу, що застигає після заливання.

На рисунках 3–5 наведено залежності питомої потужності теплових джерел у колесі від сили струму в індукторі, частоти струму в індукторі, кількості витків індуктора та властивостей матеріалу колеса.

Як бачимо з рис. 3, джерело нагріву має найбільшу питому потужність на поверхні колеса, і ця питома потужність зростає з частотою, перебуваючи з нею в лінійній залежності, та швидко зменшується зі збільшенням глибини проникнення. Тому цей нагрів слід кваліфікувати як поверхневий. А на рис. 4, 5 наведено залежності питомої потужності теплових джерел у колесі від сили струму в індукторі та кількості витків індуктора, які є квадратними залежностями. Тобто теплові джерела інтенсивніше змінюються зі зміною сили струму і кількості витків в індукторі.

Оскільки колесо в усіх трьох випадках виготовлене з одного й того ж феромагнітного матеріалу, то глибина проникнення в усіх випадках майже однакова.

Найдешевше і найпростіше збільшувати потужність теплових джерел за допомогою збільшення кількості витків індуктора, але для цього потрібно мати термостійкі трубки для виготовлення індукторів та надійні системи для його охолодження.

Найоперативніше збільшення питомої потужності можна провести за допомогою підвищення сили струму, враховуючи квадратну залежність та легкість автоматизування.

Порівняно малоефективно збільшується питома потужність теплових джерел з допомогою зміни частоти струму.

Важливо відзначити, що потік енергії електромагнітного поля при такому розміщенні індуктора направлений у напрямку, перпендикулярному до струму в індукторі I (рис. 1). Напрямки напруженості магнітного H і електричного полів E також зображені на рисунку.

Слід відзначити, що потік енергії електромагнітного поля, який визначається за допомогою вектора Пойтінга, дорівнює

$$\overline{P} = \overline{E} \times \overline{H} \quad (23)$$

та направлений в напрямку осі X , тобто від індуктора до колеса. Величина цього вектора дорівнює $P = E \cdot H$.

Необхідно відзначити, що в цьому потоці беруть участь напруженості електричного і магнітного полів. Перше з них індукує в колесі електричний струм, який здійснює його безпосереднє нагрівання.

Формули (17), (18) є комплексним представленням напруженостей електричного і магнітного полів, які поділяються на активну й реактивну складові. Ці представлення можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{E}_4 &= \sqrt{2}k_4\rho_4\dot{H}_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})}\left[\cos\left(\omega t - k_4\left(x - x_{04}\right) + \frac{\pi}{4}\right) + \right. \\ &\quad \left. + i \cdot \sin\left(\omega t - k_4\left(x - x_{04}\right) + \frac{\pi}{4}\right)\right] \\ \dot{H}_4 &= \dot{H}_{m4}e^{i\omega t} = H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})}\left[\cos\left(\omega t - k_4\left(x - x_{04}\right)\right) + \right. \\ &\quad \left. + i \cdot \sin\left(\omega t - k_4\left(x - x_{04}\right)\right)\right] \end{aligned} \quad (24)$$

Формули (23), (24) запишемо у вигляді суми їх дійсної та уявної частин.

$$\begin{aligned} \dot{E}_4 = & \sqrt{2}k_4\rho_4\dot{H}_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \cos\left(\omega t - k_4(x - x_{04}) + \frac{\pi}{4}\right) + \\ & + i \cdot \sqrt{2}k_4\rho_4\dot{H}_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \sin\left(\omega t - k_4(x - x_{04}) + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned} \quad ; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_4 = & H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \cos\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right) + \\ & + i \cdot H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \sin\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right) \end{aligned} \quad (26)$$

Звідси випливає, що активна й реактивна складові напруженості електричного поля будуть відповідно дорівнювати

$$\begin{aligned} \dot{E}_{4a} = & \sqrt{2}k_4\rho_4\dot{H}_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \cos\left(\omega t - k_4(x - x_{04}) + \frac{\pi}{4}\right); \quad (27) \\ \dot{E}_{4p} = & \sqrt{2}k_4\rho_4\dot{H}_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \sin\left(\omega t - k_4(x - x_{04}) + \frac{\pi}{4}\right). \end{aligned}$$

Відповідно активна й реактивна складові напруженості магнітного поля дорівнюватимуть

$$\begin{aligned} \dot{H}_{4a} = & H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \cos\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right); \quad (28) \\ \dot{H}_{4p} = & H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \sin\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right). \end{aligned}$$

З останніх формул бачимо, що амплітудні значення напруженостей електричного і магнітного полів для активної та реактивної складових однакові, а фази як в електричного, так і магнітного полів зміщені (відрізняються) на $\frac{\pi}{2}$.

Знайдемо енергію магнітного поля за формулою

$$\begin{aligned} W_M = & \frac{1}{2} \int_V \dot{H}_4 \cdot \dot{B}_4 dV = \frac{1}{2} \mu_a \int_V \dot{H}_4 \cdot \dot{H}_4^* dV = \\ = & \frac{1}{2} \mu_a \int_V \left[H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \cos\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right) + \right. \\ & \left. + i \cdot H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \sin\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right) \right] \times \\ & \times \left[H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \cos\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right) - \right. \\ & \left. - i \cdot H_{me4}e^{-k_4(x-x_{04})} \cdot \sin\left(\omega t - k_4(x - x_{04})\right) \right] dV = \end{aligned} \quad (29)$$

$$= \frac{1}{2} \mu_a \int_V \left[H_{me4}^2 \cdot e^{-2k_4(x-x_{04})} \cdot \cos^2(\omega t - k_4(x-x_{04})) + \right. \\ \left. + H_{me4}^2 \cdot e^{-2k_4(x-x_{04})} \cdot \sin^2(\omega t - k_4(x-x_{04})) \right] dV = \\ = \frac{1}{2} \mu_a \int_V H_{me4}^2 \cdot e^{-2k_4(x-x_{04})} dV.$$

У нашому випадку $H_{me4}^2 = \frac{2 \cdot N^2 \cdot I_i^2}{a^2}$, а $dV = 2 \cdot \pi \cdot (l_k - x) \cdot a \cdot dx$, x змінюється в границях від x_{04} до x_{45} або до x_{56} , де x_{45} визначає координату товщини обода колеса, а x_{56} – координату осі колеса. А якщо підінтегральна функція швидко спадає, то за верхню границю можна прийняти нескінченність. Після цього вираз для енергії магнітного поля запишемо у вигляді

$$W_M = \frac{1}{2} \mu_a \cdot \frac{2 \cdot N^2 \cdot I_i^2}{a^2} \int_{x_{04}}^{x_i} e^{-2k_4(x-x_{04})} \cdot 2 \cdot \pi \cdot a \cdot (l_k - x) \cdot dx. \quad (30)$$

Останній вираз можна переписати так:

$$W_M = \frac{1}{2} \cdot L_4 \cdot I_i^2 = \frac{1}{2} \Phi_4 \cdot I_i, \quad (31)$$

де введені позначення

$$\Phi_4 = L_4 \cdot I_i; \\ L = \frac{4 \cdot \pi \cdot \mu_a \cdot N^2}{a} \int_{x_{04}}^{x_i} e^{-2k_4(x-x_{04})} \cdot (l_k - x) dx,$$

в яких Φ_4 – магнітний потік через колесо; L_4 – індуктивність колеса; l_k – відстань від внутрішньої поверхні індуктора до осі колеса; $x_i > x_{56}$ або $x_i = \infty$.

Висновок. Збільшення повітряного проміжку не впливає на величину питомої потужності теплових джерел на поверхні колеса. Показано, що джерело нагріву має найбільшу питому потужність на поверхні колеса, яка підлягає наплавленню. І ця питома потужність зростає із частотою, перебуваючи з нею в лінійній залежності, та швидко зменшується зі збільшенням глибини проникнення.

Література

1. Пат. на корисну модель №42596 – № u200901692 Спосіб відновлення спрацьованих сталевих деталей [Текст] / О.М. Шаблій, Ч.В. Пулька, Б.М. Береженко; заявл. 26.02.09р.; опубл. 10.07.09; Бюл. №13.
2. Патент на корисну модель №45731 – №u 200905443 Спосіб відновлення спрацьованих сталевих деталей [Текст] / О.М. Шаблій, Ч.В. Пулька, І.І. Стойко, О.І. Король; заявл. 29.05.09р.; опубл. 25.11.09; Бюл. №22.
3. Технологічні особливості відновлення спрацьованих залізничних коліс [Текст] / О.М. Шаблій, Ч.В. Пулька, О.І. Король, В.С. Сенчишин // Вісник ТНТУ. – 2010. – №2. – С. 101–110.
4. Відновлення зношених поверхонь залізничних коліс [Текст] / О.М. Шаблій, Ч.В. Пулька, О.І. Король, В.С. Сенчишин // Матеріали VIII науково-технічної конференції

- “Фундаментальні та прикладні проблеми сучасної технології”, присвяченої 50-річчю заснування ТНТУ та 165-річчю з дня народження Івана Пулюя. – Тернопіль, 2010. – С. 31–32.
5. Шаблій, О.Н. Оптимизация энергоэнергии при индукционной наплавке тонкостенных дисков / О.Н. Шаблій, Ч.В. Пулька, Б.П. Будзан // Автомат. сварка. – 1987. – №1. – С. 36–39.
 6. Шаблій, О.Н. Пути экономии электроэнергии при индукционной наплавке тонкостенных дисков [Текст] / О.Н. Шаблій, Ч.В. Пулька, Б.П. Будзан // Автомат. сварка. – 1988. – №12. – С. 56–58.
 7. Индуктори для наплавлення тонких фасонних дисків при мінімальних енергозатратах [Текст] / О.М. Шаблій, Ч.В. Пулька, О.С. Письменний, М.В. Шарик // Вісник ТДТУ. – 2003. – Т.8, №2. – С. 48–53.
 8. Шаблій, О.Н. Оптимизация индукционной наплавки тонких дисков с учетом теплового и электромагнитного экранирования [Текст] / О.Н. Шаблій, Ч.В. Пулька, Б.П. Будзан // Автомат. сварка.– 2003. – №9. – С. 22–25.
 9. Патон, Б.Е. Проблемы сварки на рубеже веков [Текст] / Б.Е. Патон // Автомат. сварка. – 1999. – №1. – С.4–14.
 10. Шаблій, О.Н. Оптимизация параметров индуктора для равномерного нагрева дисков по ширине зоны наплавки с учетом экранирования [Текст] / О.Н. Шаблій, Ч.В. Пулька, А.С. Письменный // Автомат. сварка. – 2002. – №11. – С. 24–26.

Отримано 25.02.2011